

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL CALLAO FACULTAD DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA (FIEE)

ESCUELA PROFESIONAL DE INGENIERÍA ELÉCTRICA

MECANICA DE SÓLIDOS I SEPARATA Nº 1

- * MECÁNICA
- * CONCEPTOS FUNDAMENTALES
- * CONVERSIÓN DE UNIDADES
- * ALGUNAS DEFINICIONES DEL ÁLGEBRA VECTORIAL

ING. JORGE MONTAÑO PISFIL CALLAO, 2010

MECÁNICA DE SÓLIDOS I SEPARATA Nº 1

I. MECÁNICA

INTRODUCCIÓN

La mecánica es la rama de la Física que trata de la respuesta de los cuerpos a la acción de las fuerzas. Las leyes de la mecánica encuentran aplicación en Astronomía y en Física, así como en el estudio de las máquinas y las estructuras que entraña la práctica de la ingeniería. Por conveniencia, el estudio de la mecánica se divide en tres partes: *Mecánica de cuerpos rígidos, Mecánica de cuerpos deformables y Mecánica de fluidos.*

El estudio de la *Mecánica de cuerpos rígidos* se puede subdividir, a su vez, en *Estática y Dinámica*. En la literatura técnica es frecuente utilizar el término *Dinámica* para referirse a las subdivisiones de la Mecánica a las que se asocia más estrechamente la idea de movimiento, cuáles son la *Cinemática y Cinética*. La *Estática* se ocupa de los cuerpos sometidos a fuerzas equilibradas, es decir, cuerpos que están en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme. Se dice entonces que dichos cuerpos están en equilibrio. La estática constituye una parte importante del estudio de la Mecánica porque proporciona métodos para la determinación de las reacciones de los apoyos, y de las relaciones entre las distribuciones de fuerzas internas y las cargas exteriores en las estructuras estacionarias. Muchos problemas prácticos de ingeniería que comprenden cargas soportadas por componentes estructurales se pueden resolver utilizando las relaciones que se desarrollan en estática. Las relaciones entre distribuciones de fuerzas interiores y cargas exteriores que se desarrollan en Estática desempeñan un papel importante en el desarrollo subsiguiente de la Mecánica de cuerpos deformables.

La *Cinemática* se ocupa del movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que originan dicho movimiento. La cinemática, a veces llamada geometría del movimiento, constituye una parte importante del estudio de la Mecánica, por su aplicación a problemas en los que sólo intervienen movimientos de partes de una máquina.

La *Cinética* se ocupa de los cuerpos sometidos a fuerzas no equilibradas; por tanto, tendrán movimientos no uniformes, es decir, acelerados. El estudio de la cinética constituye una parte importante del estudio de la Mecánica porque proporciona relaciones entre el movimiento de un cuerpo y las fuerzas y momentos que sobre él actúan. Las relaciones de la Cinética se pueden obtener por aplicación directa de las leyes de Newton del movimiento o bien utilizando las formas integradas de las ecuaciones del movimiento que dan lugar a los principios del trabajo y la energía, del impulso y la cantidad de movimiento o del teorema del momento cinético.

La rama de la Mecánica que se ocupa de las distribuciones de fuerzas interiores y de las deformaciones que tiene lugar en las estructuras de ingeniería reales y en los componentes de maquinaria, cuando están sometidos a sistemas de fuerzas, se conoce con el nombre de *Mecánica de cuerpos deformables o Mecánica de Materiales*.

La rama de la Mecánica que se ocupa de los líquidos y gases en reposo o en movimiento se denomina *Mecánica de fluidos*. Los fluidos pueden clasificarse en compresibles e incompresibles. Se dice que un fluido es compresible cuando su densidad varía con la temperatura y la presión. Si el volumen de un fluido se mantiene constante durante un cambio de presión, se dice que se trata de un fluido incompresible. En la mayoría de las aplicaciones técnicas, los líquidos se consideran incompresibles. La parte de la Mecánica de fluidos que trata de los fluidos incompresibles recibe frecuentemente el nombre de *Hidráulica*.

Concepto de Mecánica.-

La Mecánica es una Ciencia Aplicada cuya finalidad es aplicar y predecir los fenómenos físicos y poner las bases para aplicarlos a la ingeniería.

Partes de la Mecánica :

- A) Mecánica de cuerpos rígidos
 - A.1 **Estática**.- estudia el equilibrio de los cuerpos.
 - A.2 Dinámica (Cinemática y Cinética).- estudia el movimiento acelerado de los cuerpos.
- B) Mecánica de cuerpos deformables (Mecánica de materiales)
- C) Mecánica de Fluidos
- * El curso de Mecánica de Sólidos I trata del estudio de la mecánica de cuerpos rígidos.
- * Un cuerpo rígido es aquel que está formado por un gran número de partículas que permanecen separadas entre sí por una distancia fija antes y después de aplicar la carga. Como resultado, las propiedades del material de que está hecho cualquier cuerpo que se suponga rígido no se tendrá que considerar cuando se analicen las fuerzas que actúan sobre éste. En la mayoría de los casos, las deformaciones reales que se presentan en estructuras, máquinas, mecanismos, etc, son relativamente pequeñas, y la suposición de cuerpo rígido es apropiada para efectos de análisis.

Objetivos del curso de Mecánica de Sólidos I:

- 1. Proporcionar una base adecuada para el diseño y análisis de muchos tipos de dispositivos estructurales, eléctricos y mecánicos encontrados en la ingeniería.
- 2. Proporcionar parte del conocimiento previo necesario para el estudio de la mecánica de los cuerpos deformables (Mecánica de Sólidos II) y la Mecánica de Fluidos.

II. CONCEPTOS FUNDAMENTALES

CANTIDADES FUNDAMENTALES DE LA MECÂNICA

Las cantidades o magnitudes fundamentales de la Mecánica son: *longitud, masa, tiempo y fuerza*. Según el S.I. (Sistema Internacional de unidades) las tres primeras son cantidades de base y la fuerza es una cantidad derivada porque depende de las tres anteriores.

LAS TRES LEYES FUNDAMENTALES DE NEWTON DEL MOVIMIENTO

Primera ley: "Si la resultante que actúa sobre una partícula es cero, la partícula permanece en reposo (si originalmente está en reposo) o se mueve con velocidad constante en una línea recta (si originalmente estaba con dicho movimiento)"

Segunda ley: "Si la fuerza resultante que actúa sobre una partícula no es cero, la partícula tendrá una aceleración proporcional a la magnitud de la fuerza resultante y en la dirección de ésta"

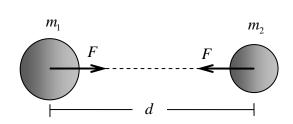
Tercera ley: "Las fuerzas de acción y reacción de cuerpos en contacto tienen la misma magnitud, pero direcciones opuestas".

* Recuerde que las fuerzas de acción y reacción actúan sobre cuerpos diferentes, por lo tanto los efectos que producen también son diferentes. Además, la resultante de estas fuerzas es diferente de cero (acción y reacción no se anulan).

LEY DE LA ATRACCIÓN GRAVITATORIA DE NEWTON

Establece que:

"Dos cuerpos cualesquiera en el universo se atraen con una fuerza cuyo módulo es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que separa los centros de masa de los cuerpos"



$$F = G \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

Donde:

F = magnitud o módulo de la fuerza mutua de atracción gravitatoria entre los cuerpos.

G = constante de p`ñ´ç-'0la gravitación universal

$$G = 6,673 \times 10^{-11} \, m^3 / (kg.s^2)$$

 $m_1 y m_2$ = masas de los cuerpos d = distancia de separación entre los

III. CONVERSIÓN DE UNIDADES

De longitud

1 m = 100 cm = 3,281 pie 1 milla terrestre = 1 609 m 1 micra (μ)= 10⁻⁶ m = 10⁻⁴ cm 1 pie = 30,48 cm = 12 pulg 1 pulg = 2,54 cm 1 cm = 10^{-2} m

De masa

1 ℓb = 16 onzas = 454 g 1 tonelada métrica = 10³ kg = 2 205 ℓb 1 slug = 14,59 kg 1 onza = 28,36 g 1 kg = 1000 g = 2,205 *lb* 1 kg = 0,06854 slug

De volumen

1 barril = 42 galones 1 galón = 3,7853 ℓ (EEUU) = 4,546 ℓ (Inglés) 1 m³ = 1 000 ℓ 1 dm³ = 10³ cm³ = 1 ℓ 1 pie³ = 28,316 ℓ 1 m ℓ = 1 cm³

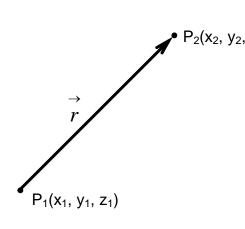
De Fuerza

1 $kgf = 9.81 \text{ N} = 2.205 \ \ell bf$ 1 N = 0.2248 ℓbf 1 KN = 10³ N $1 kgf = 10^3 gf$

1 $\ell bf = 4,448 \text{ N}$

IV. ALGUNAS DEFINICIONES DEL ÁLGEBRA VECTORIAL

Vector Posición



 $P_2(x_2, y_2, z_2)$ El vector posición $\stackrel{\rightarrow}{r}$ está dado por:

$$\vec{r} = (x_2 - x_1) \hat{i} + (y_2 - y_1) \hat{j} + (z_2 - z_1) \hat{k}$$

Donde: $\stackrel{\wedge}{i}$, $\stackrel{\wedge}{j}$, $\stackrel{\wedge}{k}$ son vectores unitarios cartesianos

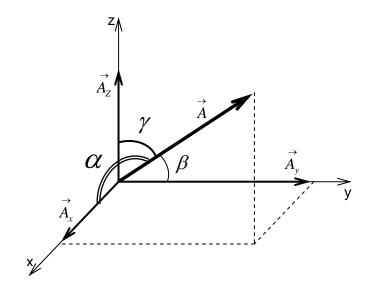
* El vector \overrightarrow{r} también se puede escribir de la siguiente

$$\overrightarrow{r} = (x_2 - x_1, y_2 - y_1, z_2 - z_1)$$

El módulo de $\stackrel{\rightarrow}{r}$ viene dado por:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

Vector Cartesiano



Vector
$$\overrightarrow{A}$$
: $\overrightarrow{A} = \overrightarrow{A_X} + \overrightarrow{A_y} + \overrightarrow{A_Z}$ o también:

$$\overrightarrow{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} + A_z \hat{k}$$

Módulo de
$$\overrightarrow{A}$$
: $|\overrightarrow{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

Donde:

$$A_{x} = A \cos \alpha$$

$$A_{y} = A \cos \beta$$

$$A_{z} = A \cos \gamma$$
Componentes rectangulares

Dirección de \vec{A} : es la misma dirección del vector unitario de \vec{A} ($\overset{\rightarrow}{\mu_A}$).

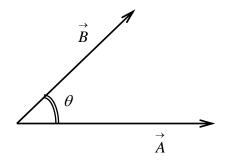
Se cumple que:
$$\vec{\mu}_A = \frac{\vec{A}}{A} = \frac{A_x \hat{i}}{A} + \frac{A_y \hat{j}}{A} + \frac{A_z \hat{k}}{A}$$

Es decir:
$$\stackrel{\rightarrow}{\mu_{\scriptscriptstyle A}} = \cos\alpha\,\stackrel{\widehat{i}}{i} + \cos\beta\,\stackrel{\widehat{j}}{j} + \cos\gamma\,\stackrel{\widehat{k}}{k}$$

Donde: $\cos\alpha,\cos\beta,\cos\gamma$ se llaman cosenos directores

Además:
$$\left| \overrightarrow{\mu_A} \right| = 1$$
 $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

Producto escalar de vectores



Si $\stackrel{\rightarrow}{A}$ y $\stackrel{\rightarrow}{B}$ son vectores, su producto escalar queda definido por:

$$\overrightarrow{A} \square \overrightarrow{B} = |\overrightarrow{A}| |\overrightarrow{B}| \cos \theta$$

Si:
$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$$
, $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$

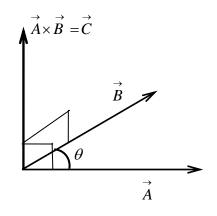
$$\overrightarrow{A} \square \overrightarrow{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z$$

Se cumple que:

$$\hat{i} \cdot \hat{i} = 1 ; \hat{j} \cdot \hat{j} = 1 ; \hat{k} \cdot \hat{k} = 1$$

$$\hat{i} \cdot \hat{j} = 0 ; \hat{j} \cdot \hat{k} = 0 ; \hat{i} \cdot \hat{k} = 0$$

Producto vectorial de vectores



Si $\stackrel{\rightarrow}{A}$ y $\stackrel{\rightarrow}{B}$ son vectores, su producto vectorial $\stackrel{\rightarrow}{A} \times \stackrel{\rightarrow}{B} = \stackrel{\rightarrow}{C}$ queda definido por:

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = A B sen\theta \vec{\mu}_C$$

También:

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

El módulo de $\overrightarrow{C} = \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B}$ es:

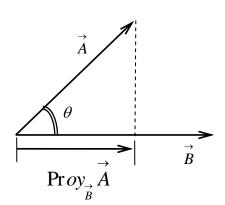
$$\begin{vmatrix} \overrightarrow{C} \\ = \begin{vmatrix} \overrightarrow{A} \times \overrightarrow{B} \end{vmatrix} = A B \operatorname{sen}\theta$$

Se cumple que:

$$\hat{i} \times \hat{i} = 0 \; ; \; \hat{j} \times \hat{j} = 0 \; ; \; \hat{k} \times \hat{k} = 0$$

$$\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k} \; ; \; \hat{j} \times \hat{k} = \hat{i} \; ; \; \hat{k} \times \hat{i} = \hat{j}$$

Proyección de un vector sobre otro



La proyección de un vector \vec{A} sobre otro vector \vec{B} es un vector dado por:

$$\Pr{oy_{\overrightarrow{B}} \stackrel{\rightarrow}{A} = \frac{\overrightarrow{A} \square \overrightarrow{B}}{B^2} (\overrightarrow{B})}$$

O también:

Nota: la componente del vector **A** sobre el vector **B** es un número (escalar) igual al módulo del vector proyección. Es decir:

$$Comp_{\overrightarrow{B}} \stackrel{\rightarrow}{A} = \frac{\stackrel{\rightarrow}{A} \square \stackrel{\rightarrow}{B}}{\stackrel{\rightarrow}{B}}$$