

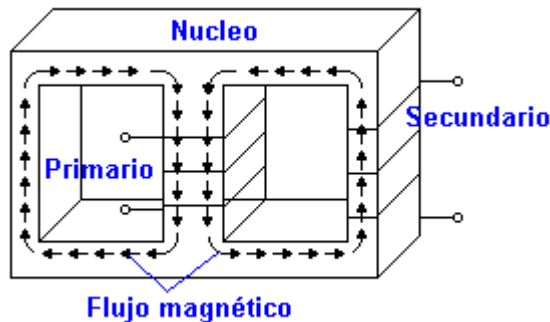
MAQUINAS ELÉCTRICAS

EL TRANSFORMADOR

1 Introducción

El transformador esta basado en los fenómenos de inducción electromagnética. Consta de un núcleo de chapas magnéticas, al que rodean dos devanados, denominados primario y secundario.

Al conectar el devanado primario a una red de c.a. se establece un flujo alterno en el circuito magnético que, a su vez, inducirá las ff. ee. mm. en el o los devanados secundarios



El primario recibe La potencia de la red, por lo tanto se debe considerar como un receptor o consumidor. Por el contrario, el secundario se une al circuito de utilización, pudiéndose considerar, por lo tanto, como un generador.

En resumen el transformador, es un aparato estático de inducción electromagnética destinado a transformar un sistema de corrientes variables en otro o varios sistemas de corrientes, cuyas tensiones e intensidades son generalmente diferentes, aunque de la misma frecuencia.

1.1 Aplicaciones del transformador

1/ Usos Industriales:

- Amplitud y frecuencia de entrada fijas.
- No hay ganancia en potencia (sino perdidas, p. Ej. corrientes parásitas). Lo que puede haber es ganancia en tensión.
- Uso para grandes potencias.

Teniendo su principal aplicación como variador de tensión, es en las líneas de transporte de energía eléctrica donde su aplicación es fundamental, debido a su doble vertiente tanto como elevador como reductor.

2/ Elemento de circuito

1. Sistemas para acoplo magnético (P. Ej. Circuitos magnéticos)
2. En sistemas electrónicos

Debido a la propiedad del transformador de reflejar impedancias se utiliza como:

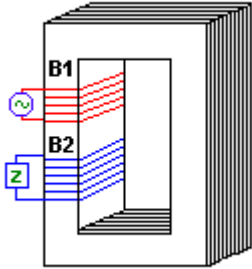
- Adaptador de impedancias.
- Separador (Aislador de cargas de fuente) .

3/ Elementos de medida.

A la vez se necesitan como elementos de adaptador para la instrumentación

1.2 Principios de Funcionamiento.

Sea un circuito magnético formado por chapas magnéticas y rodeado por dos bobinas B_1 y B_2 .



Conectamos la bobina B_1 a los terminales de un generador de corriente alterna. Esta bobina, que llamaremos también bobina primaria o del primario, actúa como una inductancia y al ser atravesada por una corriente variable, produce un flujo.

Este flujo variable, abrazado por la bobina B_2 , llamada bobina secundaria, determina en esta la producción de una f.e.m. inducida de la misma frecuencia.

Si se conecta un receptor Z a los terminales de B_2 la corriente alterna recorre el circuito que llamaremos secundario.

En consecuencia:

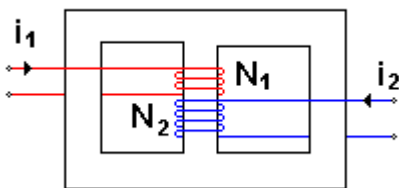
Por imitación mutua una potencia eléctrica alterna pasa de un circuito llamado primario a otro llamado secundario.

- Así pues, un transformador puede ser considerado como el grupo de dos arrollamientos o grupo de arrollamientos, eléctricamente independientes y acoplados entre sí por medio de un circuito magnético.
- Como se pretende que sea máximo el flujo que proporcionado por un arrollamiento atraviese a los demás, el circuito magnético suele ser de baja reluctancia (\mathcal{R}).

$$\Phi = \frac{\text{f.m.m.}}{\mathcal{R}} = \frac{N \cdot i}{\frac{1}{\mu_0 \cdot \mu \cdot s}}$$

Se entiende por *reluctancia* la resistencia que opone un material al paso del flujo magnético por él. Por analogía se puede considerar la anterior fórmula como la ley de ohm aplicada a circuitos magnéticos.

1.3 Estudio de los Flujos en un Transformador



Consideremos un transformador del tipo más sencillo, constituido por dos arrollamientos devanados sobre un núcleo de hierro.

Supongamos que el arrollamiento primario consta de N_1 espiras y el secundario de N_2 .

Consideremos el siguiente criterio:

- El sentido del flujo es arbitrario.
- Las corrientes que creen flujos positivos serán positivas.
- Las tensiones que tiendan a hacer circular corrientes positivas serán positivas

Además denominaremos:

- i_1, i_2 : Corrientes que circulan por los devanados primario y secundario

2. j_{11}, j_{22} : Flujos producidos por las corrientes i_1, i_2
3. j_{12}, j_{21} : Flujos que atraviesan las espira correspondiente al primer subíndice procedentes de la espira correspondiente al segundo
4. j_{a1}, j_{a2} : Flujos de dispersión debido a las corrientes i_1, i_2
5. j_1, j_2 : Flujos totales que atraviesan primario y secundario

Entonces:

$$\begin{aligned}
 j_1 &= j_{11} + j_{12} & j_{11} &= j_{a1} + j_{21} \\
 j_2 &= j_{22} + j_{21} & j_{22} &= j_{a2} + j_{12} \\
 j_M &= j_{12} + j_{21}
 \end{aligned}$$

1.4 Coeficientes de Acoplamiento

La relación del flujo útil j_{21} que atraviesa el secundario al flujo total producido por el primario recibe el nombre de coeficiente de acoplamiento del primario al secundario y se representa por K_1 .

$$K_1 = \frac{\Phi_{21}}{\Phi_{11}}$$

Análogamente se define el coeficiente de acoplamiento del secundario al primario:

$$K_2 = \frac{\Phi_{12}}{\Phi_{22}}$$

1.5 Coeficientes de Autoinducción de primario y secundario de Autoinducción de Fugas y de Inducción Mutua

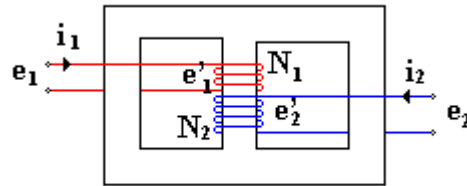
$$L_{11} = N_1 \cdot \frac{\Phi_{11}}{i_1} \qquad L_{a1} = N_1 \cdot \frac{\Phi_{a1}}{i_1}$$

$$L_{22} = N_2 \cdot \frac{\Phi_{22}}{i_2} \qquad L_{a2} = N_2 \cdot \frac{\Phi_{a2}}{i_2}$$

$$M = N_2 \cdot \frac{\Phi_{21}}{i_1} = N_1 \cdot \frac{\Phi_{12}}{i_2}$$

1.6 Ecuaciones Generales del Transformador

Sea el transformador de la figura:



Sus ecuaciones serán:

$$e_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{11} \cdot \frac{d i_1}{d t} + L_{12} \cdot \frac{d i_2}{d t}$$

$$e_2 = R_2 \cdot i_2 + L_{21} \cdot \frac{d i_1}{d t} + L_{22} \cdot \frac{d i_2}{d t}$$

Ahora bien, como L_{12} y L_{21} coinciden con la definición de inducción mutua M , podemos escribirlas como:

$$e_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{11} \cdot \frac{d i_1}{d t} + M \cdot \frac{d i_2}{d t}$$

$$e_2 = R_2 \cdot i_2 + M \cdot \frac{d i_1}{d t} + L_{22} \cdot \frac{d i_2}{d t}$$

Las ecuaciones anteriores son muy frecuentes para representar el transformador en teoría de circuitos.

En electrónica, sin embargo, suele emplearse otras ecuaciones en las que aparecen los coeficientes de autoinducción de fugas las cuales serán deducidas a continuación:

De acuerdo con el transformador arriba dibujado podemos escribir:

$$e_1 = R_1 \cdot i_1 + e'_1$$

$$e_2 = R_2 \cdot i_2 + e'_2$$

Siendo:

$$e'_1 = N_1 \cdot \frac{d \Phi_1}{d t} \qquad e'_2 = N_2 \cdot \frac{d \Phi_2}{d t}$$

Donde Φ_1 y Φ_2 son los flujos que atraviesan primario y secundario

Puesto que: $\varphi_1 = \varphi_{a1} + \varphi_M$ y $\varphi_2 = \varphi_{a2} + \varphi_M$ obtenemos :

$$e_1' = N_1 \cdot \frac{d\varphi_1}{dt} + N_1 \cdot \frac{d\varphi_M}{dt}$$

$$e_2' = N_2 \cdot \frac{d\varphi_2}{dt} + N_2 \cdot \frac{d\varphi_M}{dt}$$

Ahora bien, como:

$$L_{a1} = N_1 \cdot \frac{d\varphi_{a1}}{i_1} \Rightarrow N_1 \cdot \frac{d\varphi_{a1}}{dt} = \frac{d}{dt} [N_1 \cdot \varphi_{a1}] = \frac{d}{dt} [L_{a1} \cdot i_1]$$

$$L_{a2} = N_2 \cdot \frac{d\varphi_{a2}}{i_2} \Rightarrow N_2 \cdot \frac{d\varphi_{a2}}{dt} = \frac{d}{dt} [N_2 \cdot \varphi_{a2}] = \frac{d}{dt} [L_{a2} \cdot i_2]$$

Y por tanto, finalmente:

$$e_1 = R_1 \cdot i_1 + L_{a1} \cdot \frac{di_1}{dt} + N_1 \cdot \frac{d\varphi_M}{dt}$$

$$e_2 = R_2 \cdot i_2 + L_{a2} \cdot \frac{di_2}{dt} + N_2 \cdot \frac{d\varphi_M}{dt}$$

Donde vemos que las tensiones e' son iguales a una caída de tensión en la autoinducción de dispersión más una caída de tensión debida al flujo común.

De acuerdo con lo acostumbrado en los libros de electrotecnia, llamaremos desde ahora en adelante L_1 y L_2 a los coeficientes de autoinducción L_{a1} y L_{a2} .

Con esta nueva notación las ecuaciones del transformador serán:

$$e_1 = R_1 \cdot i_1 + N_1 \cdot \frac{d\varphi_M}{dt} + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt}$$

$$e_2 = R_2 \cdot i_2 + N_2 \cdot \frac{d\varphi_M}{dt} + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt}$$

1.7 Transformador Ideal

El transformador ideal será aquél que cumpla las siguientes condiciones:

1. La permeabilidad del núcleo es tan elevada que el flujo común esta producido por una f.m.m. despreciable

$$\Phi = \frac{\text{f.m.m.}}{\frac{1}{\mu \cdot \mu_0} \cdot l}$$

Notemos que una permeabilidad muy elevada equivale a que la reluctancia del circuito magnético sea casi nula.

2. Las resistencias de los devanados primario y secundario son nulas $R_1 = R_2 = 0$
3. Las pérdidas por corrientes parásitas en el núcleo son despreciables.
4. El flujo que se establece en el circuito será común a ambos devanados, por suponerse nulo el flujo disperso. O sea las fugas magnéticas son nulas.

Teniendo en cuenta estas hipótesis, estableceremos a continuación las dos propiedades más importantes del transformador:

A.) La relación entre las tensiones del primario y secundario es sensiblemente igual a la relación entre el número de espiras de los arrollamientos primario y secundario

De acuerdo con las propiedades 2 y 4 las ecuaciones del transformador nos quedarán como:

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi_M}{dt} \quad e_2 = N_2 \cdot \frac{d\Phi_M}{dt}$$

Y dividiendo ambas

$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{e_1}{e_2}$$

A esta relación entre el número de espiras se le da el nombre de **relación de transformación** y se le representa con la letra **m**.

$$\boxed{\frac{N_1}{N_2} = \frac{e_1}{e_2} = m}$$

B. La relación entre las corrientes del primario y el secundario es sensiblemente igual a la inversa de la relación de transformación con signo menos

De las condiciones 1 y 3 resulta que la f.m.m. necesaria para producir el flujo **F** común es igual a cero. Esta f.m.m. es la suma de las f.m.m. creadas por las corrientes en primario y secundario $N_1 \cdot i_1$ y $N_2 \cdot i_2$

$$\mathfrak{R} \cdot F = N_1 \cdot i_1 + N_2 \cdot i_2 = 0$$

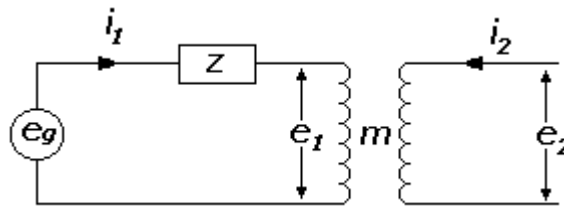
$$\boxed{\frac{N_1}{N_2} = -\frac{i_2}{i_1} = m}$$

De las dos propiedades anteriores se deduce otra importante propiedad del transformador ideal:

Una impedancia cualquiera situada en el circuito primario es equivalente a esa impedancia situada en el circuito secundario dividida por el cuadrado de la relación de transformación m^2 .

Una impedancia cualquiera situada en el circuito secundario es equivalente a esa impedancia situada en el circuito primario multiplicada por el cuadrado de la relación de transformación m^2 .

Para demostrarlo supongamos el circuito de la figura, formado por un transformador ideal de relación de transformación m , en serie con cuyo primario está colocada una impedancia Z y al cual aplicamos un generador de f.e.m. e_g



Entonces:

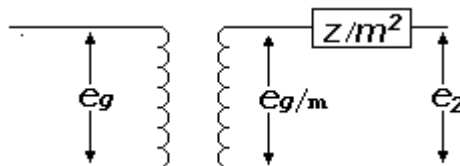
Para el circuito primario

$$\left. \begin{aligned} \frac{e_1}{e_2} &= m \\ \frac{i_1}{i_2} &= \frac{1}{m} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} e_g &= e_1 + i_1 \cdot Z \\ e_g &= e_2 \cdot m + \left(-\frac{i_2}{m}\right) \cdot Z \end{aligned}$$

Y despejando e_2 :

$$e_2 = \frac{e_g}{m} + i_2 \cdot \frac{Z}{m^2}$$

Ecuación que representa al circuito siguiente:



En el cual la impedancia aparece en el secundario con un valor igual a Z/m^2 . Si Z (impedancia) hubiese estado primeramente situada en el secundario, un razonamiento análogo nos hubiese dado una impedancia equivalente en el primario igual a $m^2 \cdot Z$.

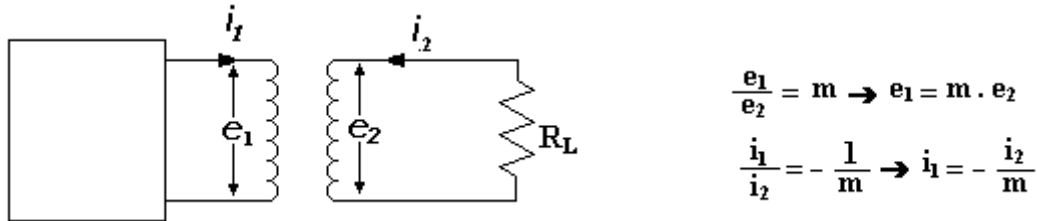
1.7.1 Adaptación de impedancias

Cuando el transformador se utiliza como elemento de circuito es frecuente hacer uso de esta propiedad.

Para transferir una cantidad significativa de potencia a una carga de pequeña impedancia desde un circuito cualquiera, es necesario utilizar un transformador de adaptación a la salida.

Esto se debe a que la resistencia interna del dispositivo puede ser mucho mayor que la de la carga y, por tanto, la mayor parte de la potencia disponible se perdería en el elemento activo (dispositivo).

Sea por ejemplo:



$$\frac{e_1}{e_2} = m \rightarrow e_1 = m \cdot e_2$$

$$\frac{i_1}{i_2} = -\frac{1}{m} \rightarrow i_1 = -\frac{i_2}{m}$$

Dividiendo ambas expresiones:

$$\frac{e_1}{i_1} = \frac{m \cdot e_2}{-\frac{i_2}{m}} = m^2 \cdot \frac{e_2}{i_2}$$

Y puesto que $\frac{e_2}{i_2} = R_L$ y $\frac{e_1}{i_1}$ es la impedancia que se ve desde el primario, es decir, la impedancia de entrada efectiva (a la que llamaremos R'_L) podemos escribir :

$$\boxed{R'_L = m^2 \cdot R_L}$$

Por tanto la impedancia que nos encontramos a la salida ya no es R_L sino R'_L .

1.8 Transformador Real

Llamaremos transformador real a aquel que no verifique las condiciones impuestas al transformado ideal. Los transformadores prácticos son naturalmente los transformadores reales, aunque en muchos aspectos se puedan considerar como ideales sin cometer demasiado error.

Vamos a estudiar el transformador real, partiendo de un transformador ideal y estudiando las consecuencias del incumplimiento de alguna o algunas de las condiciones de existencia del transformador ideal.

A) *Sea un transformador que no cumple que la permeabilidad del núcleo es tan elevada, que el flujo común lo produzca una f.e.m. despreciable.*

- Consideremos en primer lugar el caso de que dejamos el devanado secundario en circuito abierto.

Si aplicamos una f.e.m. al primario del transformador, se verificara:

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{\Phi_m}{dt}$$

Es decir que se creará un flujo \mathbf{F} que engendrara a su vez una f.c.e.m. capaz de compensar la aplicada.

Como ahora el transformador no es ideal será precisa la existencia de una f.m.m.

f.m.m. = $N_1 \cdot i_1$ para crear dicho flujo, lo cual implica que el transformador absorba una cierta corriente primaria, aun en el caso de estar el secundario abierto.

A esta corriente se le da el nombre de corriente de vacío y se le designara por i_v

- Si conectamos una carga al secundario

Entonces circulará entonces circulara una corriente i_2 que dará lugar al flujo Φ_{22} . El flujo común deberá permanecer invariable puesto que hallamos para transformadores ideales que:

$$e_1 = N_1 \cdot \frac{d\Phi_m}{dt}$$

Es decir, el flujo común permanecerá invariable dado que debe inducir una **f.c.e.m.** igual a la tensión aplicada, la cual es independiente de la tensión del secundario.

Por tanto al circular corriente por el secundario la corriente de primario aumentará su amplitud para equilibrar la **f.m.m.** creada por aquella.

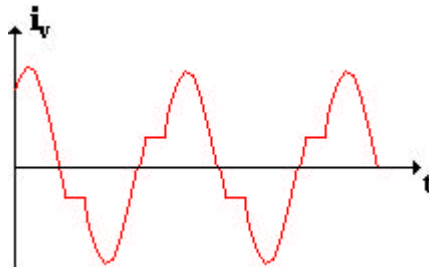
Entonces podemos suponer la corriente de primario como compuesta de dos partes; Una la corriente de excitación o vacío y otra la corriente de carga i'_L . ($i_1 = i_v + i'_L$)

Así pues i_v es la corriente necesaria para crear la **f.c.e.m.** que equilibra el voltaje aplicado y i'_L da lugar a la **f.m.m.** que compensa la creada por la corriente secundaria i_2 .

► Nota ◀

Es importante tener en cuenta que la corriente de vacío va a dar lugar a una distorsión en la forma de la onda de la tensión secundaria.

En efecto, debido a la forma de la curva de histéresis de las materiales ferromagnéticos, la corriente de vacío no es sinusoidal a pesar de serlo el flujo en el núcleo.



En la figura vemos que la corriente en vacío no es sinusoidal, aún en el caso de que al primario se aplique una tensión de esta forma.

Aunque a menudo carece de importancia la forma de la corriente en vacío, puede dar lugar a diversos problemas como son la producción de armónicos en transformadores que forman parte de equipos de transmisión

B) Supongamos ahora que el transformador del que nos ocupamos no cumple tampoco que las pérdidas en el núcleo son despreciables.

- Hasta ahora hemos considerado la corriente en vacío de un transformador como empleada solamente en crear un flujo cuya derivada es la **f.c.e.m.** necesaria para compensar la tensión aplicada, y para nada hemos tenido en cuenta las pérdidas en el núcleo.

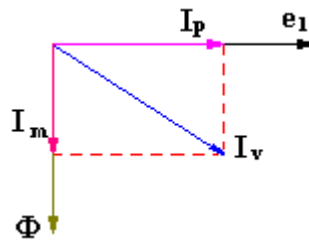
Sin embargo es sabido que en un núcleo se consume una cierta energía, gastada en el ciclo de histéresis y en la creación de corrientes de Foucault. Por tanto al trabajar en vacío el transformador absorberá una cierta corriente que podemos suponer circula por una resistencia R_p , tal que la energía gastada en ella sea igual a la de pérdidas del transformador.

La corriente en vacío \mathbf{i}_v tiene, pues, dos componentes:

- 1) \mathbf{i}_m : *Corriente magnetizante* (producto de flujo y en fase con él)
- 2) \mathbf{i}_p : *Corriente de pérdidas* (responsable de las pérdidas y en fase con la tensión aplicada)

Si como suele suceder en los transformadores de potencia, la corriente magnetizante es muy pequeña, (del 4 al 8% de la corriente de carga), no se comete un error importante si se prescinde de su forma peculiar y se le considera sinusoidal.

Analíticamente tendremos entonces:



1.8.1 Circuito Equivalente de un transformador real

Llamamos circuito equivalente de un transformador real a aquel que al escribir sus ecuaciones, obtengamos las que corresponden al transformador.

Para dibujarle tomaremos como núcleo un transformador ideal al cual agregaremos los elementos necesarios para que el circuito resultante tenga las ecuaciones de un transformador real.

Para ello deberemos agregar al primario y al secundario, resistencias y bobinas que representen las resistencias de los devanados y las autoinducciones de fugas. En paralelo deberemos tener un camino por el cual circule la corriente en vacío, ya que ésta no puede pasar por el transformador ideal debido a que proviene, según sabemos, del hecho de que al ser real el transformador tendrá pérdidas en el núcleo.

Así pues:

- 1º) Por la parte del núcleo correspondiente al primario solo circulará la componente de carga de la corriente primaria \mathbf{i}'_L .
- 2º) Colocaremos en serie, tanto con el primario como con el secundario:

- A) Una resistencia correspondiente a los devanados.
- B) Una bobina correspondiente a la autoinducción de fugas.

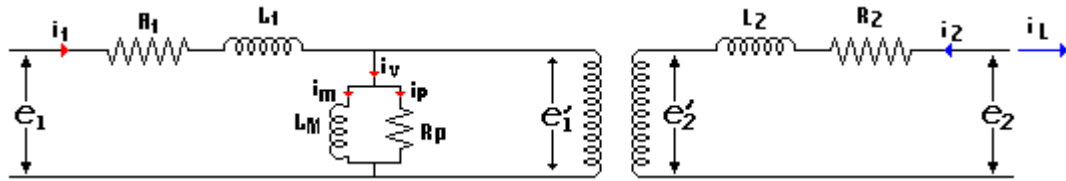
Las pérdidas en estos dos elementos reciben el nombre de **perdidas en el cobre**.

- 3º) Colocaremos en paralelo en el primario una rama en paralelo constituida por:

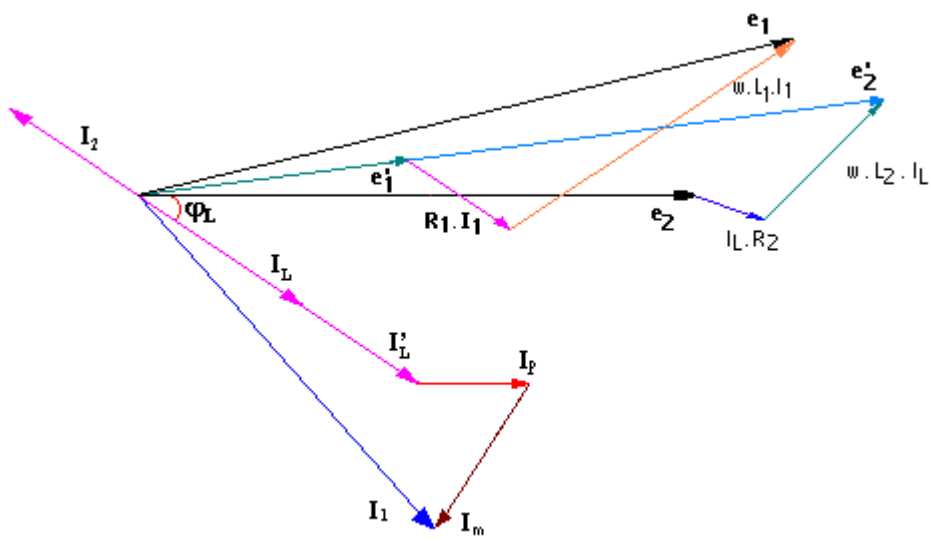
- A) Una bobina por la que circula la corriente magnetizante \mathbf{i}_m .
- B) Una resistencia por donde circulará la corriente de pérdidas

Las pérdidas en estos dos elementos reciben el nombre de **perdidas en el hierro**

Visto todo esto, el circuito equivalente será:



Si consideramos sinusoidales todas las tensiones, corrientes y flujos – Lo cual según sabemos no es muy inexacto- podemos representar en un diagrama vectorial dichas corrientes y tensiones. Tomemos, por ejemplo, como origen de fase a e_2 y desplacémoslos hacia la izquierda para su construcción.



$$i_L = -i_2$$

$$i'_L \text{ en la misma fase que } i_L$$

en fase con I_L desfasada 90° con I_L

$$e'_2 = e_2 + \text{c.d.t. en } R_2 + \text{c.d.t. } L_2$$

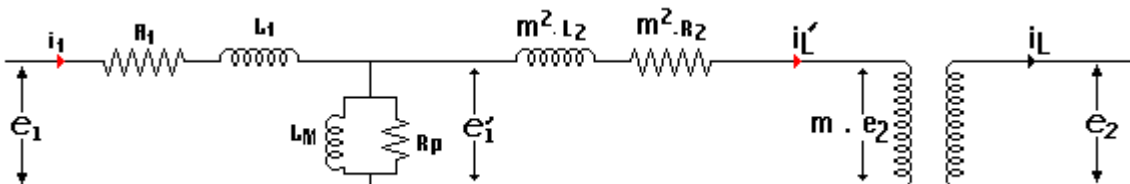
$$i'_L + i_v = i'_L + i_m + \dots = i_1$$

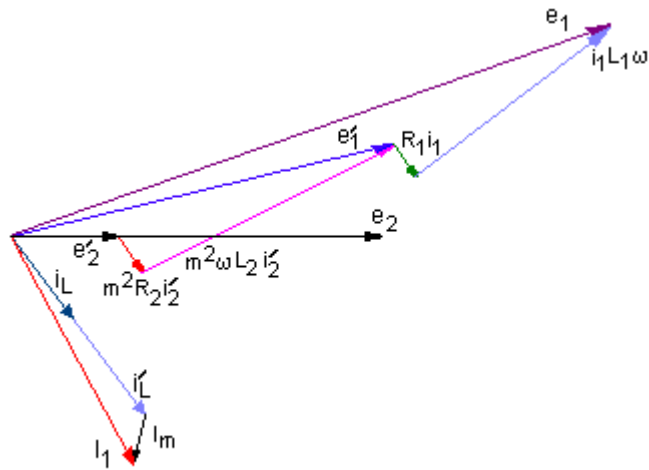
$$e'_1 \text{ en la misma fase que } e'_2$$

$$i_p \text{ en fase con } e'_1$$

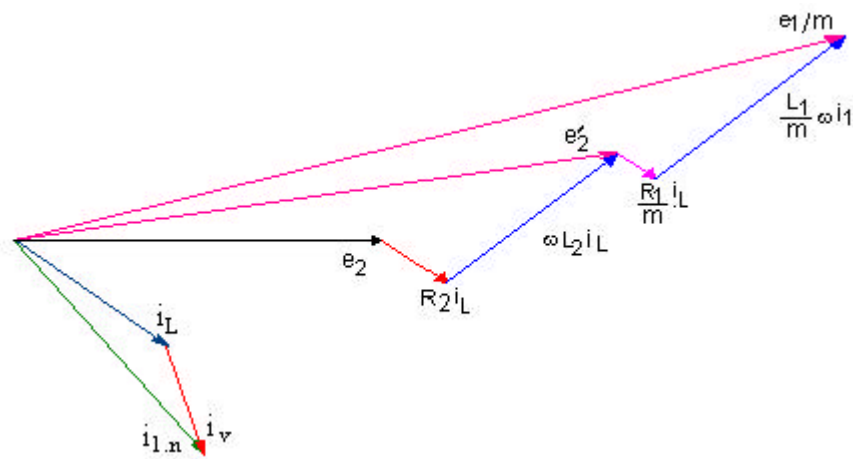
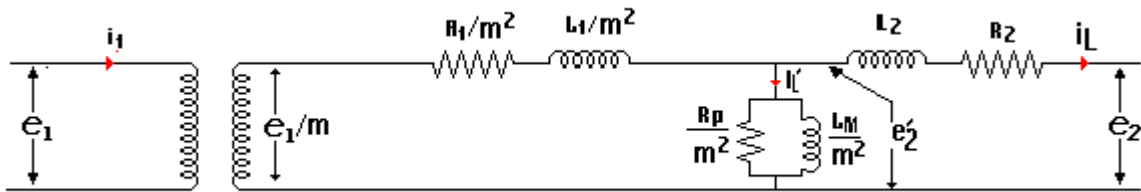
• Si pasamos, de acuerdo con lo visto, todos los elementos a uno y otro lado del transformador ideal, obtendremos dos circuitos equivalentes, también exactos, pero con todos los elementos referidos al primario o al secundario.

A). Referido al Primario





B). Referido al Secundario



1.8.2 Circuitos aproximados.

Dado que la corriente de vacío es muy pequeña comparada con la de carga, podemos considerar, sin gran error, que la caída de tensión producida por i_v en las resistencias de devanados y en las bobinas representativas de las fugas es despreciable.

Esto quiere decir que:

1º). En el circuito referido al primario

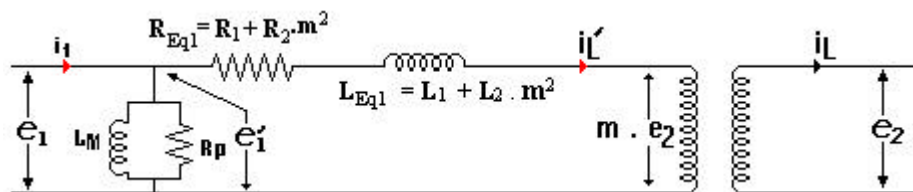
$$i_1 (R_1 + j\omega L_1) \gg i'_L (R_1 + j\omega L_1)$$

2º). En el circuito referido al secundario

$$i_1 m \left(\frac{L_1 \Phi}{m^2} \right) \approx i_L \left(\frac{L_1 \Phi}{m^2} + \frac{R_1}{m^2} \right)$$

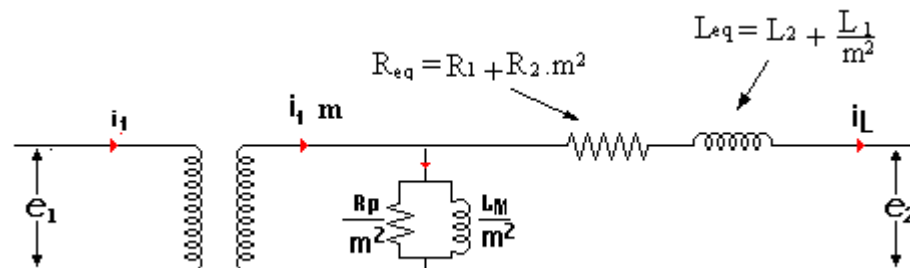
Teniendo en cuenta esta aproximación podremos dibujar los circuitos aproximados del transformador como:

A). Referido al primario.



En donde vemos que ,debido a la consideración 1ª , hemos pasado R y L a la derecha de la rama en paralelo, sumándolas a Rn y a Ln.

B). Referido al secundario.



► Nota ◀

Es obvio que –una vez admitido el que las caidas debidas a i_v se pueden despreciar– es exactamente igual colocar R_{eq} y L_{eq} a la derecha o a la izquierda de la rama paralelo.

1.9 Perdidas de potencia en un transformador.

Como toda máquina eléctrica un transformador está formado de hierro y cobre. Al ser estático, es decir, al no llevar órganos que giran, hay en él pérdidas en el hierro y pérdidas en el cobre, sin pérdidas mecánicas.

Veamos ahora dos ensayos que nos van a permitir calcular la magnitud de las pérdidas en el hierro y en el cobre, al mismo tiempo que nos determinaran los parámetros del circuito equivalente.

Estos ensayos son:

A. Ensayo en circuito abierto

Supongamos que al primario del transformador aplicamos una tensión alterna e_1 al mismo tiempo que mantenemos el secundario en circuito abierto.



Conectemos un vatímetro al primario. Este nos indicará una cierta potencia P que será la potencia de entrada. Como no sale ninguna potencia, es evidente que toda la que entra se perderá. Esta potencia perdida será la suma de las pérdidas en el cobre y las pérdidas en el hierro.

1. Pérdidas en el cobre (en R_{eq} y el L_{eq}).

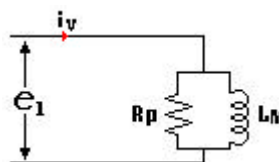
- Por lo que respecta al secundario debido a que está en circuito abierto no estará recorrido por ninguna corriente. Esto nos dice que las pérdidas en él serán nulas.
- En cuanto al primario: puesto que está recorrido por una corriente pequeña i_v las pérdidas en él pueden despreciarse.

Por tanto podemos afirmar que las P_{cv} son despreciables en el ensayo en circuito abierto.

2. Pérdidas en el hierro (en L_m y R_p)

Son debidas fundamentalmente, según sabemos, a pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault, ahora bien, aquellas, para un transformador dado, no depende mas que de la inducción máxima (y por tanto del voltaje aplicado) y de la frecuencia. La variación de las P_{Fe} con el voltaje es pequeña, por lo que no incurrimos en gran error si las consideramos constantes para cualquier voltaje. En cuanto a la frecuencia digamos que TRF destinados a usos industriales utilizarán siempre 50 c/s. Así pues podemos suponer que las P_{Fe} del TRF son las mismas para todas las cargas, e iguales a la de la prueba de vacío.

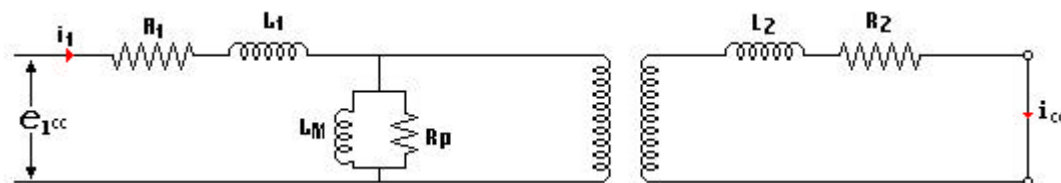
Una vez hechas estas consideraciones dibujemos el circuito equivalente y calculemos P_{Fe} , R_p y L_m :



- $P_{Fe} = i_p^2 \cdot R_p = \frac{e_1^2}{R_p^2} \cdot R_p = \frac{e_1^2}{R_p}$
- $R_p = \frac{e_1^2}{P_{Fe}}$
- $Y = \left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\frac{1}{L_m \omega}\right)^2 \rightarrow L_m = \frac{1}{2\pi + \sqrt{\left(\frac{i_v}{e_1}\right)^2 - \left(\frac{1}{R_p}\right)^2}}$
- $m = \frac{e_1}{e_{2open}}$

B. Ensayo en cortocircuito.

Coloquemos el secundario del transformador en cortocircuito. Al no tener carga, la impedancia del secundario será muy pequeña, lo cual puede dar lugar a que circule por el transformador una corriente muy elevada que lo destruya.



Para evitar esto lo que haremos será regular la tensión de entrada, de tal forma que por el primario circule una corriente i_1 idéntica a la del funcionamiento en carga en el régimen propuesto. (con la impedancia con que haya de trabajar).

Esta tensión, que denominaremos e_{1cc} , será evidentemente mucho menor que la de funcionamiento con carga conectada e_1 , debido precisamente a la menor impedancia que presentara el circuito.

Entonces:

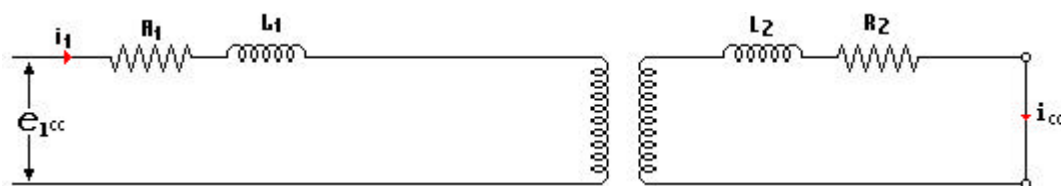
1. Pérdidas en el cobre

Puesto que las pérdidas en el cobre dependen solamente de las corrientes y éstas son las mismas que tendría el transformador trabajando en el régimen propuesto, la potencia que midamos en este ensayo serán las pérdidas en el cobre (efecto Joule) en dicho régimen.

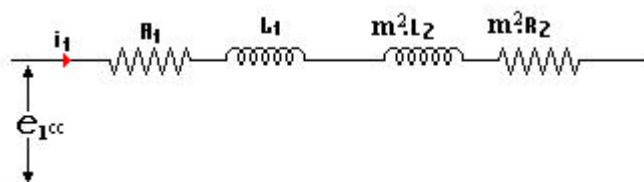
2. Pérdidas en el hierro

Dado que, según hemos visto, la tensión del primario es muy pequeña, la inducción será también muy pequeña, y por lo tanto, las pérdidas en el hierro serán despreciables.

El circuito equivalente será ahora:



O bien:

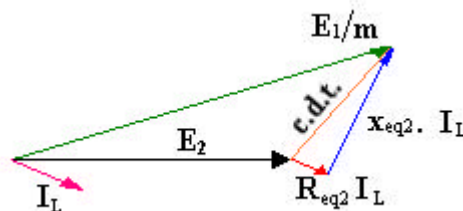


Y de aquí :

- $P_{cv} = R_{eq} \cdot i_1^2$
- $R_{eq1} = \frac{P_{cv}}{i_1^2}$
- $L_{eq1} = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\left(\frac{e_{1cc}}{i_1}\right)^2 - \left(\frac{P_{cu}}{i_1^2}\right)^2}$

1.10 Caída de Tensión en un Transformador

Si consideramos el circuito aproximado de un transformador (cargado) referido al secundario, llamaremos caída de tensión a:



Sin embargo, cuando hablamos de caída de tensión de un transformador no nos referimos a esto, sino a la tensión secundaria en vacío y en carga (en valores absolutos).

$$\text{c.d.t. Absoluta} = |E_1 / m| - |E_2|$$

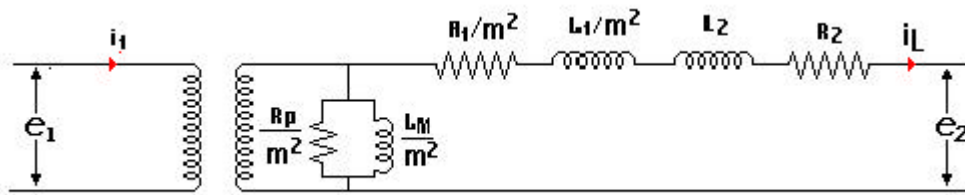
$$\text{c.d.t. Relativa} = \frac{|E_1 / m| - |E_2|}{|E_1 / m|}$$

1.10.1 Calculo de la Caída de Tensión en un Transformador: Método de Kapp

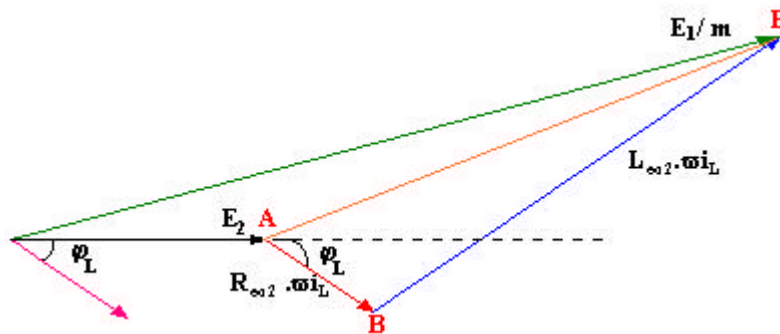
Las ecuaciones generales del transformador y el diagrama general permiten darse cuenta del funcionamiento de un transformador, pero no se presta a cálculos prácticos de la caída de tensión, porque actualmente es imposible determinar, por cálculo o por ensayos los coeficientes de fuga.

Kapp ha demostrado que se puede simplificar mucho el diagrama general y determinar, mediante ensayos que eviten la puesta en carga, la caída de tensión de un transformador, suponiendo única la reluctancia del circuito magnético.

- Consideremos el circuito equivalente aproximado siguiente:



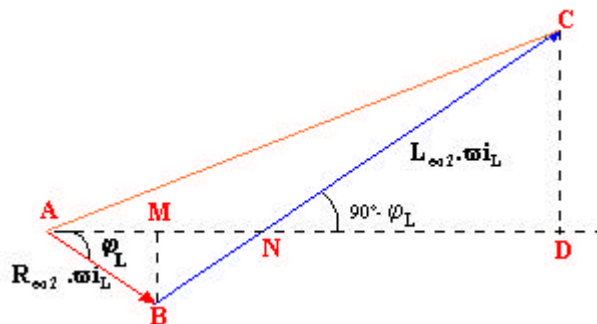
Realicemos un ensayo en vacío que nos permita conocer la relación de transformación y un ensayo en cortocircuito para calcular la impedancia equivalente Z_{eq2} . Con esto trazaremos el diagrama siguiente:



La caída de tensión será pues la diferencia entre los módulos de E_1 / m y E_2

El inconveniente que tiene este procedimiento grafico es que siendo los lados del triangulo ABC muy pequeños frente a E_1 / m y E_2 , serán importantes los errores con que se calcula la caída de tensión.

Por esta razón, se suele emplear un procedimiento analítico derivado de la figura:



$$\left| \frac{E_1}{m} \right| - |E_2| = OC - OA \approx OD - OA$$

Luego:

$$\begin{aligned} OD - OA &= AM + MN + ND = R_{eq2} \cdot i_L \cdot \cos \varphi_L + BN \cdot \cos (90^\circ - \varphi_L) + NC \cdot \cos \varphi_L = \\ &= R_{eq2} \cdot i_L \cdot \cos \varphi_L + \cos (90^\circ - \varphi_L) (BN + NC) \end{aligned}$$

Y por tanto:

$$\left| \frac{E_1}{m} \right| - |E_2| = R_{eq2} \cdot i_L \cdot \cos \theta_L + L_{eq2} \cdot \omega \cdot i_L \cdot \sin \theta_L$$

En donde hemos considerado admisible el error que resulta de confundir $\left| \frac{E_1}{m} \right|$ con su proyección sobre E_2 .

Para aplicar el procedimiento de Kapp hemos despreciado la corriente en vacío frente a la de carga. Por tanto este método es válido únicamente para transformadores de mediana o gran potencia en los que sea lícita esta suposición.

En transformadores pequeños, la corriente magnetizante no será despreciable y el diagrama de Kapp resulta demasiado impreciso. Teniendo que recurrir entonces a trazar el

circuito equivalente exacto para calcular $\left| \frac{E_1}{m} \right| - |E_2|$

1.10.2 Variación de la c.d.t. de un Transformador con los Valores de Construcción y Explotación

- Factores de construcción

Desde el punto de vista de la construcción la c.d.t. depende de:

- 1º) Valor de la resistencia ohmica de los devanados
- 2º) Inductancia de fugas

En general la c.d.t. en la resistencia de los devanados es pequeña frente a la c.d.t. correspondiente a la inductancia de fugas. Por tanto, para hacer mínima la c.d.t. es preciso reducir en lo posible las fugas del flujo en el transformador.

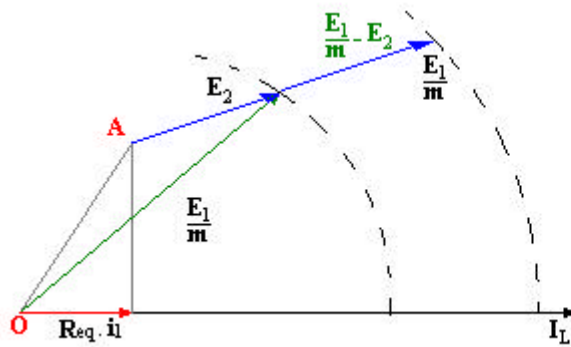
- Factores de Explotación

En la ecuación $\left| \frac{E_1}{m} \right| - |E_2| = R_{eq2} \cdot i_L \cdot \cos \theta_L + L_{eq2} \cdot \omega \cdot i_L \cdot \sin \theta_L$ vemos que la caída de tensión depende a demás de la resistencia e inductancia equivalente de i_L y del angulo que este forma, que en definitiva es el factor de potencia de la instalación.

Estos parámetros son los factores de explotación que vamos a considerar. Para ello veamos como varia la c.d.t. al variar:

- 1º) El modulo de i_L
- 2º) El argumento de i_L

A). *Varia el Modulo i_L*



E_2 = Tensión de salida bajo carga

$\frac{E_1}{m}$ = tensión de salida en vacío

Apendice

1.1 CONCEPTOS BÁSICOS DE MAGNETISMO

Magnetismo:

Es la parte de la física que estudia las propiedades de los campos magnéticos y de los cuerpos sometidos a su acción.

Campo Magnético:

Región del espacio en la que existe un estado físico susceptible de manifestarse por fuerzas magnéticas.

Intensidad del Campo Magnético:

Magnitud vectorial que equivale a la fuerza puntual que ejerce el campo sobre la unidad de masa magnética situada en dicho punto. En el sistema Giorgi la unidad es el Ampervuelta por metro Av/m.

En el interior de una bobina el valor de intensidad de campo eléctrico se calcula:

$$H = \frac{n \cdot I}{l}$$

Donde :

n = Numero de espiras (

I = Corriente que circula por la bobina (Amperios)

L = Longitud de la bobina (metros)

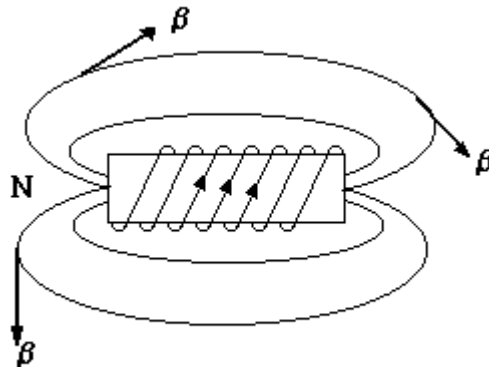
H = Intensidad del campo magnético

Flujo Magnético F :

Numero total de líneas de fuerza que atraviesan una superficie a la dirección del campo magnético. Su unidad en el sistema Giorgi es el Weberio (Wb).

Inducción Magnética b :

Magnitud vectorial que equivale al numero de líneas de fuerza por unidad de superficie. En el sistema Giorgi su unidad es el Tesla (T).



Permeabilidad Absoluta m:

Cociente de la inducción magnética por la intensidad de campo magnético. En el sistema Giorgi y deduciendo de este cociente la unidad de permeabilidad es H/m (Henrio por metro).

La permeabilidad en el vacío o en el aire μ_0 será:

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{H}}{\text{m}}$$

La permeabilidad relativa será pues la relación entre la permeabilidad absoluta con la del vacío:

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$$

Sustancia Paramagnética:

Sustancia que adquiere, en un campo magnético externo, una imantación, que tiene por efecto aumentar la inducción debida exclusivamente al campo. Por Ej. Oxígeno, aire, aluminio.

Sustancia Diamagnética:

Sustancia que adquiere, en un campo magnético externo, una imantación, siempre débil, que tiene por efecto disminuir la inducción debida exclusivamente al campo.

Sustancia Ferromagnética:

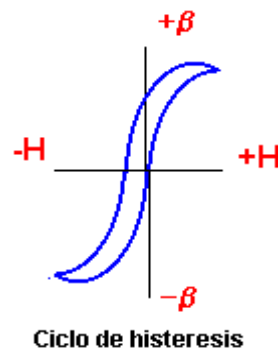
Sustancia capaz de adquirir una imanación importante por la acción de un campo magnético externo, y susceptible de conservar la totalidad o parte de dicha imantación una vez que haya desaparecido el efecto del campo.

Histéresis magnética:

Fenómeno por el que la imantación de los cuerpos ferromagnéticos depende no solamente del valor actual del campo sino también de los estados magnéticos anteriores.

Ciclo de Histéresis:

Curva cerrada que representa la serie de valores de la inducción magnética al variar el campo magnético.



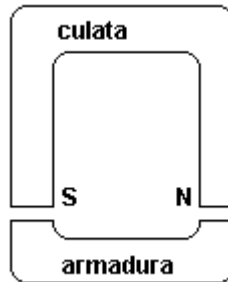
1.2 CONCEPTOS DE ELCTROMAGNETISMO

Electromagnetismo:

Es la parte de la ciencia que trata de las relaciones entre la electricidad y el magnetismo.

Circuito magnético:

Conjunto de medios constituidos principalmente por sustancias ferromagnéticas, que forman un circuito cerrado y a través de los cuales puede pasar un flujo magnético.



Fuerza Magnetomotriz F:

Causa capaz de mantener la circulación del flujo de inducción a lo largo del circuito magnético. Se designa por f.m.m. y en el sistema internacional su unidad es el amperio vuelta (Av).

Reluctancia:

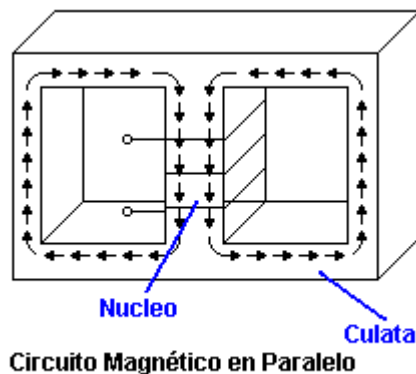
Cociente de la f.m.m. aplicada a un circuito magnético por el flujo de inducción que produce. Midiéndose en Av/Wb.

Núcleo Magnético:

La parte de un circuito magnético rodeado por un devanado (bobina).

Culata o Yugo:

Pieza de sustancia ferromagnética no rodeada por un devanado y destinada a unir los núcleos de un electroimán, o un transformador o los polos de una maquina.



Entrehierro:

Solución de continuidad, de pequeña longitud, de las partes ferromagnéticas de un circuito magnético.

Solenoide:

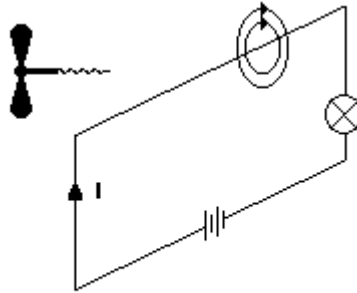
Bobina devanada según una hélice de paso muy corto.

Excitación:

Producción de un flujo de inducción magnética en un circuito magnético por una corriente eléctrica.

Campo Magnético generado por una corriente eléctrica:

El paso de una corriente eléctrica crea un campo magnético, formado por líneas de fuerza circulares y situadas en un plano perpendicular al conductor. El sentido de las líneas de fuerza es el del giro de un sacacorchos que avanzase en el sentido de la corriente.

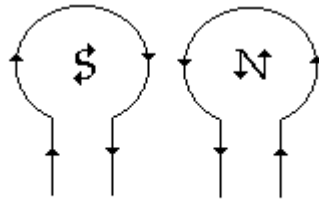


Campo magnético creado por una corriente

Campo Magnético Creado por una Espira:

Una espira es un conductor curvado, por lo que el sentido del campo será el resultado de aplicar la regla del sacacorchos a trozos del conductor.

El campo magnético resultante es similar al producido por un imán plano. Las caras de las espiras son norte y sur. Su determinación se hace escribiendo en su interior las letras N o S con sus flechas según el sentido de la corriente.

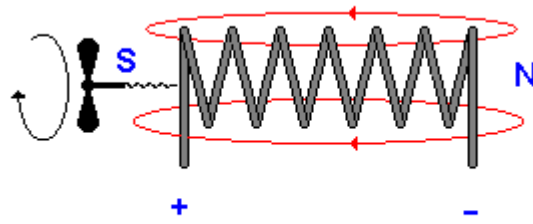


Norma para indicar las caras de una espira

Campo Magnético Creado por una Bobina:

Una bobina esta forma por un conductor arrollado en forma de hélice cilíndrica, o por varias espiras en serie muy próximas entre si.

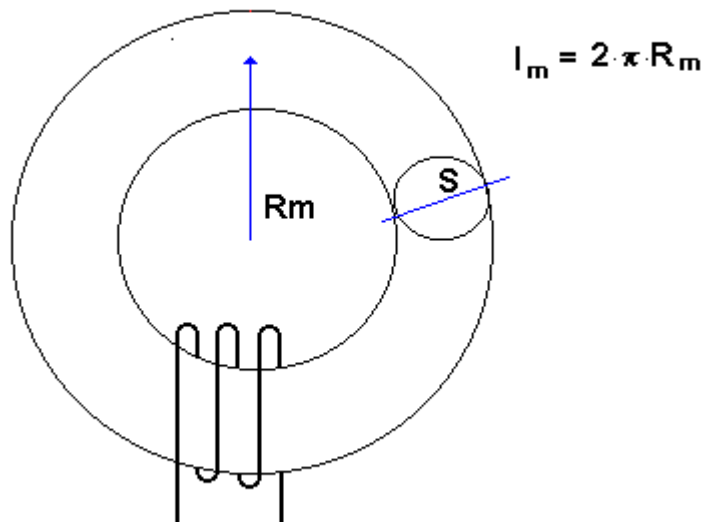
El campo magnético en una bobina se obtiene aplicando las reglas anteriores a trozos del conductor o a diferentes espiras. El campo magnético resultante es similar al de un imán, apareciendo un polo norte en el extremo por donde salen las líneas de fuerza y un polo sur por donde entran



Determinación de la polaridad de una bobina

Ley de Hopkinson:

El número de líneas de inducción (\mathbf{F}) que atraviesan una superficie (S) se obtiene por cociente entre la fuerza magnetomotriz (\mathbf{F}) y la reluctancia que ofrece el circuito magnético (\mathbf{R}) al paso de dichas líneas.



Aplicando la expresión $\mathbf{b} = \mathbf{m} \cdot \mathbf{H}$ a un circuito magnético homogéneo de longitud media de líneas de inducción l y sección S resultará:

$$\beta = \mu \cdot H = \mu \cdot \frac{n \cdot I}{l_m}$$

El flujo creado será:

$$\Phi = \beta \cdot S = \mu \cdot \frac{n \cdot I}{l_m} = n \cdot I \cdot \frac{1}{\frac{l_m}{\mu \cdot S}}$$

Simplificando los términos:

$$\frac{l_m}{\mu \cdot S} = R \quad \text{y} \quad n \cdot I = F$$

Quedará:

$$\Phi = \frac{F}{R}$$

Donde:

F =Flujo magnético (Wb)

F = Fuerza magnetomotriz (Av)

R = Reluctancia del circuito (Av/Wb)

Inducción Electromagnética:

Producción de fuerza electromotriz por variación de un flujo en un circuito est tico, o por corte del flujo a un circuito en movimiento.

Ley de Faraday:

La f.e.m. inducida en un circuito cerrado es proporcional a la derivada del flujo abarcado respecto al tiempo. Cuyo sentido queda definido por la ley de lenz.

Ley de Lenz:

El sentido de la f.e.m. es siempre se signo tal que se opone a la causa que lo ha producido, o sea, a la variación del flujo inductor.

Autoinducción:

Producción de una f.e.m. en un circuito por la variación de corriente que pasa por el.

F.e.m. de Autoinducción:

Cuando en una bobina existe una variación de corriente, también hay una variación del flujo, y por lo tanto aparecerá una f.e.m. inducida cuyo valor será:

$$e_a = - \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}$$

A su vez el coeficiente de autoinducción (L) es el cociente entre el flujo a través del circuito (Φ) y la corriente que circula por el (I)

$$L = \frac{\Phi}{I}$$

Sustituyendo en la formula de la f.e.m.

$$e_a = - L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

Y en valor absoluto:

$$|e_a| = \left| L \cdot \frac{\Delta I}{\Delta t} \right|$$

Corrientes Parásitas o de Foucault

Son las corrientes que circulan por los materiales al estar sometidos a una variación de flujo de inducción magnética. Estas corrientes dan lugar a pérdidas de energía por efecto Joule, siendo necesario, para disminuirlas, construir las piezas metálicas con espesores mínimos.

Las pérdidas por corrientes parásitas vienen dadas por la expresión:

$$P_f = 2,22 \cdot f^2 \cdot \beta^2 \cdot e^2 \cdot 10^{11}$$

Donde:

- f** Es la frecuencia en hercios (Hz)
- b** La inducción máxima
- e** Es el espesor de la chapa magnética en mm

Energía Almacenada por una Bobina

Cuando la corriente aumenta en un circuito, por lo que la bobina almacena energía y la devolverá al cesar la corriente.

El valor de la energía potencial es:

$$W = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

