Transformadores – funcionamiento en paralelo

1 Introducción:

1.1 Nomenclatura

U, **I**, fasores de tensión y corriente (n° complejo)

valores eficaces de tensión y corriente (n° real)

Z, impedancia (n° complejo)

relación de transformación (n° real) а

Se estudiará primero el comportamiento de transformadores monofásicos funcionando en paralelo.

En el caso de transformadores trifásicos, valen las mismas consideraciones que se realizan para transformadores monofásicos, con las restricciones referentes al grupo de conexión.

A fin de realizar un análisis general se considerarán transformadores de distinta potencia nominal, relación de transformación e impedancia porcentual de cortocircuito.

Para simplificar el estudio se utilizará el modelo L del circuito equivalente (figura 1), con los parámetros reducidos al secundario.



El diagrama de la figura 2 muestra los circuitos equivalente de los transformadores conectados en paralelo, donde se ha prescindido de las ramas de excitación \mathbf{Y}_{ω} y se han reemplaza las nomenclaturas de las impedancias de cortocircuito $\mathbf{Z}_{\mathbf{CC1}}$ y $\mathbf{Z}_{\mathbf{CC2}}$ por **Z_A** y **Z_B** para simplificar la notación. Nótese en el esquema la correspondencia de los bornes homólogos.

Para poder evaluar la corriente que circula por cada transformador se considerará primero los transformadores sin carga, obteniendo la tensión en vacío (U20) en bornes del secundario y la corriente de circulación entre transformadores a causa de la diferencia entre às relaciones de transformación. Luego, utilizando el equivalente Thévenin, se determina el aporte a la corriente de carga I₁ de cada máguina.



Se analiza el comportamiento del paralelo en vacío. Suponiendo a_A < a_B, la corriente de circulación será:

$$I_{C} = I_{AC} = -I_{BC} = \frac{1}{Z_{A} + Z_{B}} \left(\frac{U_{1}}{a_{A}} - \frac{U_{1}}{a_{B}} \right) =$$

$$I_{C} = \frac{U_{1}}{Z_{A} + Z_{B}} \left(\frac{1}{a_{A}} - \frac{1}{a_{B}} \right)$$

y la relación entre el voltaje secundario en vacío y el voltaje primario:

$$\begin{aligned} \mathbf{U}_{20} &= \frac{\mathbf{U}_{1}}{\mathbf{a}_{A}} - \frac{\mathbf{U}_{1}}{\mathbf{Z}_{A} + \mathbf{Z}_{B}} \left(\frac{1}{\mathbf{a}_{A}} - \frac{1}{\mathbf{a}_{B}} \right) \mathbf{Z}_{A} \\ \mathbf{U}_{20} &= \mathbf{U}_{1} \cdot \left[\frac{1}{\mathbf{a}_{A}} - \frac{\mathbf{Z}_{A}}{\mathbf{Z}_{A} + \mathbf{Z}_{B}} \left(\frac{1}{\mathbf{a}_{A}} - \frac{1}{\mathbf{a}_{B}} \right) \right] \\ \mathbf{U}_{20} &= \frac{\mathbf{U}_{1}}{\mathbf{Z}_{A} + \mathbf{Z}_{B}} \cdot \left(\frac{\mathbf{Z}_{B}}{\mathbf{a}_{A}} + \frac{\mathbf{Z}_{A}}{\mathbf{a}_{B}} \right) \end{aligned}$$

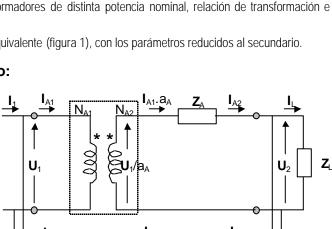
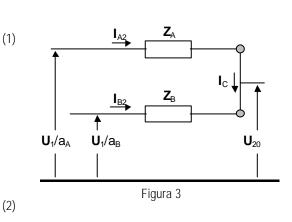


Figura 1

Figura 2



Conclusión: para que no exista corriente de circulación ($I_c = 0$) debe cumplirse que En este caso, de la expresión (2), se ve que $U_{20} = U_1/a$

$a_A = a_B = a$

2.2 Aporte a la corriente de la carga

Z

2.2.1 Condiciones

Si se reemplaza el circuito de la figura 3 por el Thevenin equivalente (figura 4), puede determinarse la relación entre la corriente de carga y las de cada transformador a partir de:

(5)

 $\vec{E}_{TH} = U_{20}$

Figura 4

$$I_{L}.\frac{Z_{A}.Z_{B}}{Z_{\Delta}+Z_{B}}=I_{AL}.Z_{A}=I_{BL}.Z_{B}$$
(3)

$$I_{AL} = I_L \cdot \frac{Z_B}{Z_A + Z_B} \tag{4}$$

$$I_{BL} = I_L \cdot \frac{Z_A}{Z_A + Z_B}$$

La tensión Thevenin **U₂₀** será:

$$\mathbf{U}_{20} = \mathbf{U}_2 + \mathbf{I}_L \cdot \left(\frac{\mathbf{Z}_A \cdot \mathbf{Z}_B}{\mathbf{Z}_A + \mathbf{Z}_B} \right) \tag{6}$$

De la expresión (3), para que ambos transformadores tomen su corriente nominal simultáneamente debe cumplirse que:

$$I_{Anom}.Z_A = I_{Bnom}.Z_B$$

o, igualmente tomando los módulos,

$$I_{Anom}$$
. $Z_A = I_{Bnom}$. Z_B

Multiplicando miembro a miembro por la tensión nominal:

$$S_{Anom}$$
. $Z_A = S_{Bnom}$. Z_B

Dividiendo miembro a miembro por la tensión nominal y tomando como valores base las tensiones ($U_{base} = U_{Anom} = U_{Bnom}$) y corrientes nominales ($I_{Abase} = I_{Anom}$, $I_{Bbase} = I_{Bnom}$) en cada transformador:

$$I_{Abase}$$
. $Z_A / U_{base} = I_{Bbase}$. Z_B / U_{base}

$$Z_A / (U_{base} / I_{Abase}) = Z_B / (U_{base} / I_{Bbase})$$

$$Z_A / Z_{Abase} = Z_B / Z_{Bbase}$$

$$rZ_A = rZ_B$$

Conclusión: para que ambos transformadores tomen su corriente nominal simultáneamente deben ser iguales:

- o los productos de la potencia aparente nominal en [VA] por el valor de la impedancia de cortocircuito en $[\Omega]$ respectivas, o
- o los relativos de impedancia de cortocircuito, tomados cada uno en su propia base.
- 2.2.2 Valor de la tensión primaria con la impedancia de carga y tensión en el secundario como dato:

Como: $I_L = \frac{U_2}{Z_L}$ la ecuación (6) queda:

$$\mathbf{U}_{20} = \mathbf{U}_2 \left[1 + \frac{1}{\mathbf{Z}_{L}} \left(\frac{\mathbf{Z}_{A} \cdot \mathbf{Z}_{B}}{\mathbf{Z}_{A} + \mathbf{Z}_{B}} \right) \right] \tag{7}$$

Igualando la (2) con la (7):

$$\frac{\mathbf{U}_1}{\mathbf{Z}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Z}_{\mathbf{B}}} \cdot \left(\frac{\mathbf{Z}_{\mathbf{B}}}{\mathbf{a}_{\mathbf{A}}} + \frac{\mathbf{Z}_{\mathbf{A}}}{\mathbf{a}_{\mathbf{B}}} \right) = \mathbf{U}_2 \left[1 + \frac{1}{\mathbf{Z}_{\mathbf{L}}} \cdot \left(\frac{\mathbf{Z}_{\mathbf{A}} \cdot \mathbf{Z}_{\mathbf{B}}}{\mathbf{Z}_{\mathbf{A}} + \mathbf{Z}_{\mathbf{B}}} \right) \right]$$

$$U_{1} = U_{2} \cdot (Z_{A} + Z_{B} + Z_{A} \cdot Z_{B} / Z_{L}) \cdot \left(\frac{Z_{B}}{a_{A}} + \frac{Z_{A}}{a_{B}}\right)^{-1}$$
(8)

$$U_{1} = U_{2} \cdot \frac{a_{A} \cdot a_{B} \cdot (Z_{A} + Z_{B})}{Z_{A} \cdot a_{A} + Z_{B} \cdot a_{B}} \cdot \left(\frac{Z_{A} \cdot Z_{B}}{Z_{L}} + Z_{A} + Z_{B}\right)$$
(8')

La corriente en cada transformador se determina reemplazando I₁ en las ecuaciones (4) y (5).

2.2.3 Valor de la tensión secundaria y corriente en la carga con la impedancia de carga y tensión en el primario como dato:

$$\mathbf{U}_{2} = \frac{\mathbf{U}_{1}}{\mathbf{Z}_{A} + \mathbf{Z}_{B} + \mathbf{Z}_{A} \cdot \mathbf{Z}_{B} / \mathbf{Z}_{L}} \cdot \left(\frac{\mathbf{Z}_{B}}{\mathbf{a}_{A}} + \frac{\mathbf{Z}_{A}}{\mathbf{a}_{B}} \right)$$
(9)

$$I_{L} = \frac{U_{1}}{Z_{L}.(Z_{A} + Z_{B}) + Z_{A}.Z_{B}} \cdot \left(\frac{Z_{B}}{a_{A}} + \frac{Z_{A}}{a_{B}}\right)$$
(10)

2.3 Corriente de cada transformador

Sumando las corrientes obtenidas en los puntos 2.1 y 2.2:

$$I_{A} = I_{AC} + I_{AL} = \frac{U_{1}}{Z_{A} + Z_{B}} \left(\frac{1}{a_{A}} - \frac{1}{a_{B}} \right) + I_{L} \cdot \frac{Z_{B}}{Z_{A} + Z_{B}}$$
 (11)

$$I_{B} = I_{BC} + I_{BL} = \frac{U_{1}}{Z_{A} + Z_{B}} \left(\frac{1}{a_{B}} - \frac{1}{a_{A}} \right) + I_{L} \cdot \frac{Z_{A}}{Z_{A} + Z_{B}}$$
(12)

2.3.1 Corrientes con la impedancia de carga y tensión en el secundario como dato:

Reemplazando (6) y (8') en (11) y (12)

$$I_{A} = I_{AC} + I_{AL} = U_{2} \cdot \left[\frac{a_{B} - a_{A}}{Z_{A} \cdot a_{A} + Z_{B} \cdot a_{B}} \cdot \left(\frac{Z_{A} \cdot Z_{B}}{Z_{L}} + Z_{A} + Z_{B} \right) + \frac{Z_{B}}{Z_{L} \cdot (Z_{A} + Z_{B})} \right]$$
(13)

$$I_{B} = I_{BC} + I_{BL} = U_{2} \cdot \left[\frac{a_{A} - a_{B}}{Z_{A} \cdot a_{A} + Z_{B} \cdot a_{B}} \cdot \left(\frac{Z_{A} \cdot Z_{B}}{Z_{L}} + Z_{A} + Z_{B} \right) + \frac{Z_{A}}{Z_{L} \cdot (Z_{A} + Z_{B})} \right]$$
(14)

2.3.2 Corrientes con la impedancia de carga y tensión en el primario como dato:

Reemplazando (10) en (11) y (12)

$$I_{A} = \frac{U_{1}}{Z_{A} + Z_{B}} \left[\left(\frac{1}{a_{A}} - \frac{1}{a_{B}} \right) + \frac{Z_{B}}{Z_{L} \cdot (Z_{A} + Z_{B}) + Z_{A} \cdot Z_{B}} \cdot \left(\frac{Z_{B}}{a_{A}} + \frac{Z_{A}}{a_{B}} \right) \right]$$
(15)

$$I_{B} = \frac{U_{1}}{Z_{A} + Z_{B}} \left[\left(\frac{1}{a_{B}} - \frac{1}{a_{A}} \right) + \frac{Z_{A}}{Z_{L} \cdot (Z_{A} + Z_{B}) + Z_{A} \cdot Z_{B}} \cdot \left(\frac{Z_{B}}{a_{A}} + \frac{Z_{A}}{a_{B}} \right) \right]$$
(16)

3 Resumen

El correcto funcionamiento en paralelo de transformadores implica los siguientes puntos básicos:

- o El conexionado correcto de sus terminales (correspondencia entre bornes homólogos)
- o La pertenencia al mismo grupo de conexión (transformadores trifásicos)
- o El aprovechamiento total de sus capacidades nominales.

Para el tercer punto deben cumplirse las condiciones definidas en el punto 2.2, a saber:

- Ausencia de corriente de circulación, es decir los transformadores deben poseer relaciones iguales o con la menor diferencia nosible
- o Los transformadores deben alcanzar su potencia nominal simultáneamente, para lo cual sus valores relativos de impedancia de cortocircuito (tomadas en la base propia) deben ser iguales.